

QUANTENFELDTHEORIE DAS FUNDAMENT DER PHYSIK

Von den Kernkräften und dem Elektromagnetismus bis zu Quarks und Elektronen: Bis auf die Gravitation lassen sich alle Grundkräfte und Elementarteilchen mit dem Standardmodell erklären, einer Quantenfeldtheorie. Doch aus mathematischer Sicht ist dieser theoretische Unterbau der physikalischen Beschreibung unserer Welt noch zu wenig verstanden.



Kevin Hartnett ist Wissenschaftsjournalist in Columbia, South Carolina.

► spektrum.de/artikel/1924921

AUF EINEN BLICK GESUCHT: EIN VOLLSTÄNDIGES MATHEMATISCHES MODELL

- 1** In den letzten Jahrzehnten haben sich Quantenfeldtheorien (QFT) durchgesetzt, um grundlegende physikalische Phänomene unseres Universums zu erklären.
- 2** Allerdings erweisen sich die Ansätze als so komplex, dass sie sich nicht ohne Vereinfachungen, die in der Realität nicht immer gegeben sind, beschreiben lassen.
- 3** Aus mathematischer Sicht ist unklar, was eine QFT ausmacht. Indem man solche Fragen klärt, könnte man vielleicht die hartnäckigsten Rätsel der Physik lösen.

KOMPLIZIERTE BERECHNUNG
Möchte man die Gleichungen von Quantenfeldtheorien lösen, tauchen zahlreiche Unendlichkeiten auf, die es zu eliminieren gilt.



SERIE

Quantenfeldtheorien

Teil 1: **November 2021**
Das Fundament der Physik
Kevin Hartnett

Teil 2: **Dezember 2021**
Stachelige Oberflächen für die Schwerkraft
Charlie Wood

Teil 3: **Januar 2021**
Die Grundkräfte der Welt
Manon Bischoff

▶ Im Lauf des 20. Jahrhunderts hat sich das Standardmodell als die erfolgreichste physikalische Theorie erwiesen, die je erfunden wurde. »Es kann so gut wie jedes Experiment erklären, das wir bisher gemacht haben«, sagt der Teilchenphysiker David Tong von der Universität Cambridge. Es beschreibt alle bekannten Elementarteilchen sowie die zwischen ihnen wirkenden Kräfte und hat sogar Phänomene wie das Higgs-Boson vorhergesagt, das man erst Jahrzehnte später in riesigen Teilchenbeschleunigern nachweisen konnte.

Dennoch hat das Modell ein großes Manko: Die Schwerkraft passt nicht in das Bild. Seit mehr als 50 Jahren ist es Physikerinnen und Physikern nicht gelungen, sie in den quantenphysikalischen Rahmen einzupflegen. Damit bleiben Ereignisse wie der Urknall oder das Innere von Schwarzen Löchern der Forschung verschlossen. Einige fragen sich inzwischen, ob es überhaupt möglich ist, die Gravitation mit der Quantenphysik zu vereinigen – vielleicht sind völlig neue Ansätze nötig.

Der naheliegendste Gedanke besteht jedoch darin, das bisherige theoretische Konstrukt zu erweitern, schließlich hat es sich als überaus erfolgreich erwiesen. Dafür ist es hilfreich, mehr über den mathematischen Unterbau des Standardmodells herauszufinden: Es basiert auf einer so genannten Quantenfeldtheorie (QFT). Davon existieren zahlreiche verschiedene Versionen, mit dem Standardmodell als prominentestem Vertreter. Aber es könnte Kandidaten

geben, die sich besser eignen, alle vier Grundkräfte unseres Universums in einem einzigen Formalismus zu vereinigen.

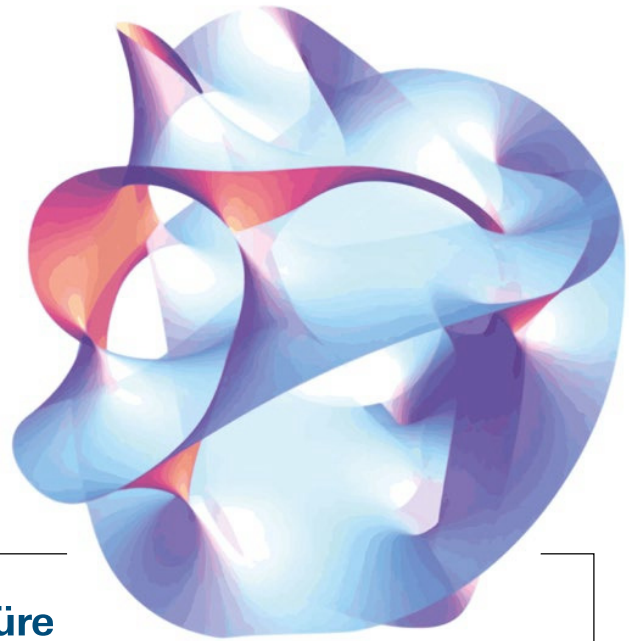
Obwohl Fachleute schon seit Jahrzehnten mit Quantenfeldtheorien arbeiten und sie inzwischen ein regulärer Bestandteil des Physikstudiums sind, ist unklar, was eine derartige Theorie im Detail auszeichnet. Welche Eigenschaften muss sie erfüllen? Zwar hat man mehrere konkrete Beispiele konstruiert und konnte mit einigen davon beeindruckende physikalische und mathematische Erkenntnisse gewinnen, doch der allgemeine Rahmen blieb bisher verborgen. »Es ist wie ein riesiges Geschöpf, das man von vielen Stellen aus beobachten kann, ohne es jemals vollständig zu erblicken«, so der Stringtheoretiker Nathan Seiberg vom Institute for Advanced Study in Princeton.

Die meisten Menschen stellen sich vor, unsere Welt bestehe auf fundamentaler Ebene aus Elementarteilchen und ihren Kräften: Elektronen, Quarks, Photonen und dergleichen. Tatsächlich entspricht das einem veralteten Bild, von dem sich die moderne Physik in den letzten Jahrzehnten längst entfernt hat. Die Grundbausteine der erfolgreichsten Theorien sind heute nicht mehr Teilchen, Wellen oder Kräfte, sondern so genannte Quantenfelder, die wie eine Art Gewebe unsere gesamte Raumzeit durchziehen.

Diese tauchen in vielen verschiedenen Varianten auf und kräuseln sich wie eine wogende Meeresoberfläche. Durch die Schwankungen entspringen ihnen Teilchen, die gleich darauf wieder in den Feldern verschwinden. »Partikel sind keine Objekte, die für immer da sind«, erklärt Tong. »Man kann sie eher als kurzzeitige Äußerung der Felder veranschaulichen.«

Um das besser zu verstehen, hilft folgendes Beispiel aus der klassischen Physik: Stellen Sie sich vor, Sie bestimmen die Temperatur an jedem Punkt der Erdoberfläche. Die Menge der unendlich vielen Positionen mit den entsprechenden Temperaturwerten bildet ein geometrisches Objekt, ein Feld, das alle Informationen zusammenfasst. Im Allgemeinen spricht man von einem Feld, wenn es eine Größe gibt, die sich eindeutig mit beliebig feiner Auflösung im Raum messen lässt.

Möchte man hingegen quantenphysikalische Größen, etwa die Energie eines Elektrons, zu einem bestimmten Zeitpunkt an einer Stelle beschreiben, braucht man Quantenfelder. Sie unterscheiden sich grundlegend von den klassischen Varianten: Während die Temperatur ihren tatsächlichen Wert wiedergibt (unabhängig davon, ob man sie misst), haben Elektronen bis zu ihrer Beobachtung keine eindeutige Position im Raum. Davor lässt sich ihr Aufenthaltsort nur probabilistisch beschreiben: Man ordnet jedem Punkt Werte zu, die die Wahrscheinlichkeit wiedergeben, ein Teilchen an diesem Ort zu finden. Vor der Messung existiert ein Elektron überall und nirgendwo. »Die meisten physikalischen Objekte sind keine handfesten Partikel oder Ähnliches, sondern Dinge, die in jedem Punkt der Raumzeit leben«, erklärt der theoretische Physiker Robbert Dijkgraaf, Direktor des Institute for Advanced Study in Princeton.



JBOURJAI LIND POLYTOPEZA (COMMONS:VIMMEDIA:OPREVIKZY FILE:CALABEL_VAL_FORMATTED.SVG) / PUBLIC DOMAIN

Quantenfeldtheoretische Schnüre

In den 1960er Jahren standen Physiker vor der schwierigen Aufgabe, die starke Kernkraft zu beschreiben. Nachdem sie mit ihren ersten Ansätzen gescheitert waren, schlugen einige vor, sich auf eindimensionale Objekte zu fokussieren anstatt auf Punktteilchen. Das war die Geburtsstunde der Stringtheorie, die beschreibt, wie sich winzige, schwingende Schnüre durch die Raumzeit bewegen.

Allerdings stellte sich schnell heraus, dass das Modell für die starke Kernkraft ungeeignet war: Einerseits, weil kurz darauf die so genannte Quantenchromodynamik entwickelt wurde, welche die physikalischen Phänomene innerhalb der Atomkerne sehr gut erklärte. Andererseits folgte aus den Schwingungen der Schnüre, dass es ein Elementarteilchen geben müsste, das in der Kernkraft keinen Platz findet.

Doch wie sich zeigte, besitzt das seltsame Partikel genau die Eigenschaften, die ein Graviton auszeichnen würde – das hypothetische Teilchen, das für die Schwerkraft verantwortlich ist. Das machte die Stringtheorie zu einem Anwärter für eine Quantengravitationstheorie.

Anders als beim Standardmodell sind die grundlegenden Gleichun-

gen der Stringtheorie unbekannt. Tatsächlich orientiert man sich beim Aufbau der Theorie direkt am störungstheoretischen Ansatz: Man übersetzt die Feynman-Diagramme der Quantenfeldtheorien, die schematisch die physikalischen Prozesse zwischen den Elementarteilchen darstellen, in entsprechende Grafiken für eindimensionale Schnüre. Sie ergeben jedoch nur dann einen Sinn, wenn die Wechselwirkungen der Strings klein sind – sobald sie stark interagieren, bricht dieser Ansatz zusammen.

Im Gegensatz zur gewöhnlichen QFT ist die bisherige Formulierung der Stringtheorie mathematisch fundiert. Neben einer nicht störungstheoretischen Beschreibung wirft sie aber viele Fragen auf: Zum Beispiel existieren fünf verschiedene Stringtheorie-Versionen – und Physiker vermuten, dass es eine sechste, übergeordnete Theorie gibt, aus der sich die anderen ergeben. Wie diese allerdings aussieht, ist völlig unklar.

Eine weitere Schwierigkeit entsteht, wenn man untersucht, welche Eigenschaften die Modelle für ein Universum vorhersagen: Sie liefern unzählige Lösungen, zu denen vielleicht auch unsere bekannte Welt gehört. Grund dafür

sind die zusätzlichen Dimensionen, unter denen die Stringtheorie nur funktioniert. Die Raumzeit bräuchte demnach sechs weitere Raumdimensionen.

Um das mit unserem Universum in Einklang zu bringen, nehmen Fachleute an, sie seien an jedem Punkt im Raum winzig aufgerollt, in Form einer so genannten Calabi-Yau-Mannigfaltigkeit. Von diesen Objekten gibt es aber mindestens 10^{500} – was über 10^{500} verschiedene Modelle unserer Welt liefert. Einige Physikerinnen und Physiker führen dieses unbefriedigende Ergebnis darauf zurück, dass man die Stringtheorie nur störungstheoretisch betrachtet. Eine vollständige Theorie könnte das Problem aus dem Weg räumen, hoffen sie.

Eine der Hauptschwierigkeiten ist, dass eine quantenphysikalische Beschreibung der Schwerkraft die zu Grunde liegende Geometrie der Theorie beeinflusst. Denn die allgemeine Relativitätstheorie beschreibt Gravitation als eine Krümmung der Raumzeit. Daher muss eine entsprechende Formulierung mit vielen verschiedenen überlagerten Zuständen von gekrümmten Räumen umgehen, was Wissenschaftler vor eine enorme Herausforderung stellt.

Das macht Quantenfeldtheorien zu komplizierten Objekten, die sich nur schwer untersuchen lassen, weshalb ihre Geschichte von Höhen und Tiefen geprägt ist. Sie nahm bereits in den 1920er Jahren mit der Quantenelektrodynamik ihren Anfang, wurde aber von vielen Rückschlägen heimgesucht: Auftretende Schwierigkeiten führten immer wieder dazu, dass Physiker sich von der Theorie abwandten – und sich ihr schließlich erneut zuwandten, wenn es einen Durchbruch gab. Spätestens in den 1980er Jahren erregte der Formalismus auch das Interesse von Mathematikerinnen und Mathematikern, als man über eine seltsame Übereinstimmung unterschiedlicher geometrischer Räume stolperte.

Doch erst in den letzten Jahren haben sie begonnen, einige der grundlegenden Strukturen von Quantenfeldtheorien zu verstehen: Sie konnten Konzepte aus der Welt der Teilchenphysik in eigenständige, abstrakte Objekte verwandeln. Aber die Bemühungen stehen noch am Anfang. »Ich gehe davon aus, dass wir erst die Spitze des Eisbergs sehen«, erklärt der Physiker Greg Moore von der Rutgers University in New Jersey.

Eine wechselseitige Beziehung

Mathematik erfordert Präzision bis ins letzte Detail. Damit scheint sie geeignet, um das theoretische Grundgerüst zu vervollständigen. »Wenn es tatsächlich gelingen würde, Quantenfeldtheorien auf stringente Weise zu verstehen, bekämen wir Antworten auf viele offene Fragen der Physik – vielleicht sogar auf die Vereinheitlichung der Teilchenphysik mit der Schwerkraft«, so Dijkgraaf.

Von der Forschung könnten auch Mathematikerinnen und Mathematiker profitieren: Schon seit Jahrtausenden erweist sich die physikalische Welt als die größte Muse der abstrakten Wissenschaft. Als beispielsweise die alten Griechen die Bewegungen von Sternen studierten, erfanden sie hierfür die Trigonometrie. Daraus wurde schließlich ein eigenes Feld mit Definitionen und Regeln, das Studierende heute ohne jeden Bezug zu den himmlischen Ursprüngen lernen. Fast 2000 Jahre später untersuchte Isaac Newton die Gesetzmäßigkeiten der Planetenbewegungen, die Kepler notiert hatte, und entwickelte daraus den korrekten Umgang mit winzigen Veränderungen. Zusammen mit den Arbeiten von Gottfried Leibniz brachten diese Bemühungen die so genannte Infinitesimalrechnung hervor, die heute aus so gut wie keinem naturwissenschaftlichen Bereich mehr wegzudenken ist und unter anderem zur modernen Analysis führte. »Die Physik liefert oft einen besseren Weg, über mathematische Dinge nachzudenken, an denen wir bereits interessiert sind«, so der Geometer David Ben-Zvi von der University of Texas in Austin.

Ähnliches möchte man mit Quantenfeldtheorien erreichen. Dafür müssen die zu Grunde liegenden physikalischen Ideen, Objekte und Techniken – die ursprünglich dazu dienten, Teilchen und ihre Wechselwirkungen zu beschreiben – in einen mathematischen Kontext eingebettet werden, damit daraus ein eigenständiger Bereich entsteht. Fachleute bemühen sich daher, die Eigenschaften der Theorien abstrakt zu definieren und genau abzustecken, so dass man nicht mehr zwangsläufig über den physikalischen Hintergrund nachdenken muss, aus dem sie entstanden.

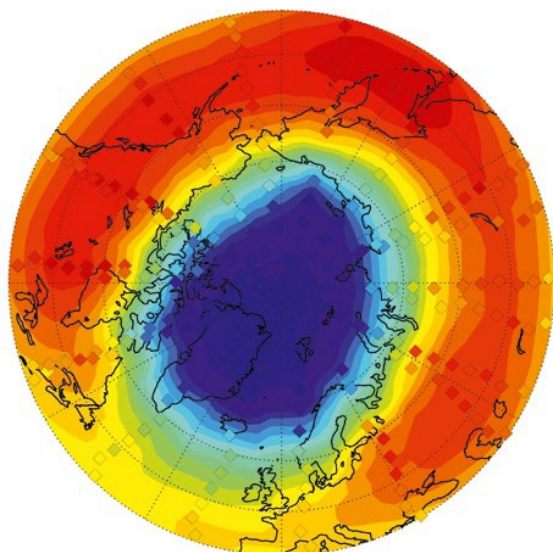
Sollte das gelingen, wird man höchstwahrscheinlich belohnt. Denn die Geschichte hat gezeigt, dass, sobald neue Objekte in der Mathematik auftauchen, diese meist mit anderen Strukturen zusammenhängen (etwa Zahlen, Gleichungen oder geometrischen Formen) und dadurch zu unerwarteten Erkenntnissen führen.

Quantenfeldtheorien gibt es in vielen verschiedenen Varianten und können unterschiedlichste physikalische Systeme beschreiben. In zwei Dimensionen erweisen sie sich beispielsweise als nützlich, um den Übergang gewisser Materialien von einer isolierenden Phase in eine Supraflüssigkeit zu untersuchen. Sechsdimensionale Modelle sind hingegen für Stringtheorien relevant, die möglicherweise eine Theorie der Quantengravitation ergeben könnten (siehe »Quantenfeldtheoretische Schnüre«).

Möchte man mehr über unser Universum erfahren, benötigt man eine vierdimensionale QFT wie das Standardmodell. Dieses enthält zwölf verschiedene Teilchenfelder für die bekannten Materieteilchen wie Quarks, Elektronen oder Neutrinos; dazu vier Kraftfelder, die drei Grundkräfte erzeugen (Elektromagnetismus, starke und schwache Kernkraft, wobei sich Letztere aus zwei Feldern zusammensetzt), sowie ein Higgs-Feld. Dieses verursacht einen Mechanismus, der den Teilchen ihre Masse verleiht. Das Standardmodell kombiniert die 17 Komponenten in einer einzigen Gleichung, die ihre Wechselwirkungen beschreibt. Unsere bekannte Welt geht demnach aus den immerwährenden Fluktuationen und Interaktionen der Felder hervor, welche die Elementarteilchen und ihr komplexes Zusammenspiel erzeugen.

Bereits in den 1920er Jahren erkannten Wissenschaftler, dass eine Theorie, die auf Feldern statt auf Teilchen basiert, einige wichtige Ungereimtheiten aus dem Weg räumt: Angefangen mit Fragen der Kausalität (Wie kann ein weit

TEMPERATURFELD Die europäische Weltraumbehörde (ESA) nimmt regelmäßig die Temperaturen an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche auf, wie hier über der Arktis. Die Daten bilden ein kugelförmiges, klassisches Feld.



KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT) / MAPALES / NASA
MULTIMEDIALENGESZT/FRANZISCA_TEMPERATURE_FIELD

entferntes Elektron ein anderes über große Distanzen hinweg augenblicklich beeinflussen?) bis hin zu der unerwarteten Tatsache, dass Partikel nicht ewig existieren. Es erklärt auch eine Beobachtung, die wie ein extrem unwahrscheinlicher Zufall erscheint: »Alle Teilchen des gleichen Typs sind überall im Universum identisch«, betont Tong. »Wenn man am Large Hadron Collider in Genf ein Proton durch eine Kollision erzeugt, lässt es sich nicht von einem Exemplar unterscheiden, das schon 10 Milliarden Jahre aus den Tiefen des Universums unterwegs ist. Das verdient eine Erklärung.« Die QFT liefert sie: Alle Protonen sind Fluktuationen derselben zu Grunde liegenden Felder der Quarks, aus denen sie bestehen.

Ein Meer voller Unendlichkeiten

All diese Vorzüge haben jedoch einen Preis. »Quantenfeldtheorien gehören zu den schwierigsten Objekten in der Mathematik«, erklärt Tong. Aber was macht sie so kompliziert? Schließlich arbeiten Physikerinnen und Physiker schon seit Jahrzehnten damit. Die Antwort lässt sich in einem Wort zusammenfassen: Unendlichkeiten.

Wenn man ein Quantenfeld an einem bestimmten Punkt auswertet, ist das Ergebnis kein einfacher Zahlenwert, wie es bei der Temperatur oder einem elektrischen Feld der Fall ist. Stattdessen erhält man eine Matrix, also eine Tabelle, die mit Zahlen gefüllt ist. Meist handelt es sich sogar um einen Operator, eine Matrix mit unendlich vielen Zeilen und Spalten. Das spiegelt all die möglichen quantenphysikalischen Zustände wider. »Ein Teilchen kann sich an allen Positionen befinden, deshalb muss die Matrix, welche die Ortsmessung beschreibt, unendlich-dimensional sein«, erklärt die mathematische Physikerin Kasia Rejzner von der University of York in Großbritannien. Auch wenn die Unendlichkeiten nachvollziehbar sind, erschweren sie doch eine theoretische Formulierung.

Die Probleme werden noch schwerwiegender, sobald die Quantenfelder miteinander wechselwirken. Aber genau solche Betrachtungen sind bei der Untersuchung physikalischer Phänomene entscheidend, etwa um zu beschreiben, was bei Teilchenkollisionen am Large Hadron Collider in Genf passiert. Für verlässliche Vorhersagen braucht es Computersimulationen, die auf einem theoretischen Grundgerüst basieren. In der klassischen Mechanik ist die Berechnung von Zusammenstößen einfach: Um beispielsweise die Kollision zweier Billardkugeln zu simulieren, benötigt man bloß die jeweiligen Impulse und fügt sie in eine simple Formel ein.

Wenn hingegen zwei Quantenfelder wechselwirken, erfordert das subtilere Methoden: Man multipliziert den unendlich-dimensionalen Operator des einen Felds mit dem unendlich-dimensionalen Operator des anderen und wertet das Produkt an jenem Punkt in der Raumzeit aus, an dem sie sich treffen. »Genau da laufen die Dinge furchtbar schief«, so Rejzner. Es entstehen zahlreiche Terme, die unendliche Werte annehmen.

Das stellt die physikalische Bedeutung eines Modells in Frage. Unendlichkeiten existieren zwar als abstraktes theoretisches Konzept – aber sie tauchen in Experimenten niemals auf. »Uns behagt es nicht, einen Formalismus zu

haben, der explizite Unendlichkeiten enthält. Man braucht ein besseres mathematisches Verständnis dessen, was vor sich geht«, sagt die Quantengravitationstheoretikerin Alejandra Castro von der Universität Amsterdam.

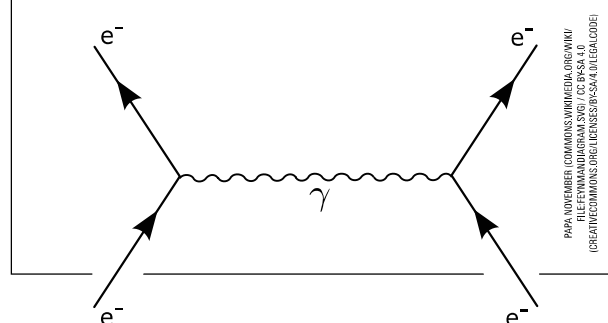
Zwar kann man mit Unendlichkeiten nicht explizit rechnen, aber Fachleute haben inzwischen verschiedene Möglichkeiten entwickelt, um zumindest einigen der komplizierten Gleichungen dennoch ein paar Geheimnisse zu entlocken. Anstatt die Formeln exakt zu lösen, nähern sie sich den Größen, welche die Probleme verursachen, auf kontrollierte Weise an. Durch diese Näherungen können Forscherteams Vorhersagen treffen, die gut genug sind, um sie mit experimentellen Messungen zu vergleichen, die ebenfalls nur eine begrenzte Genauigkeit aufweisen. »Wir können in Laborversuchen einige Phänomene bis auf 13 Nachkommastellen bestimmen – und sie passen bis in dieses Detail zu den theoretischen Ergebnissen. Für mich ist das eines der erstaunlichsten Resultate in den gesamten Naturwissenschaften«, so Tong.

Betrachtet man eine freie Theorie (ohne Wechselwirkungen), muss man sich keine Gedanken über die Multiplikation unendlich-dimensionaler Matrizen machen, da nichts kollidieren kann. Eine solche Situation lässt sich in allen mathematischen Details formulieren – auch wenn sie nicht viel wert ist. »Es ist total langweilig, weil es nur ein einsames Feld gibt, mit dem nichts wechselwirkt«, so Rejzner.

Von dem Punkt aus kann man es interessanter gestalten. Dazu versieht man die Gleichungen, die die Wechselwirkungen beschreiben, mit einem Faktor, der mit dem Wert null startet (freie Theorie) und dreht diesen dann allmählich hoch. Da die Wechselwirkungsterme so klein sind, kann man bekannte Näherungsverfahren anwenden, um sie in einer vereinfachten Form erscheinen zu lassen. Dieser Ansatz wird

Feynman-Diagramme

Um die komplizierten Gleichungen der Quantenfeldtheorien darzustellen, greift man häufig auf Feynman-Diagramme zurück: Jede Linie und jeder Punkt, an dem sie sich kreuzen, entsprechen mathematischen Ausdrücken, die nach bestimmten Regeln zusammengefügt werden. Zudem lässt sich anschaulich erkennen, welchen Prozess ein Diagramm beschreibt, indem man es von unten nach oben analysiert: zwei Elektronen fliegen durch den Raum und ändern ihre Bewegungsrichtung, nachdem sie ein Photon ausgetauscht haben.



als Störungstheorie bezeichnet. Damit ist gemeint, dass man kleine Änderungen in einem freien Feld zulässt und deren Auswirkungen auf das System untersucht.

Ein wichtiger Vorteil des Ansatzes ist, dass er sich grafisch darstellen lässt. In den 1950er Jahren entwickelte der Physiker Richard Feynman ein Verfahren, um die störungstheoretischen Terme einer QFT extrem schnell zu ermitteln: dank so genannter Feynman-Diagramme, die nach einem simplen Schema konstruiert werden. Außerdem stellen die Zeichnungen die physikalischen Vorgänge anschaulich dar, etwa zwei Elektronen, die aneinander streuen und dabei Photonen austauschen.

Man kann diese Methode allerdings nur auf Situationen anwenden, in denen die Quantenfeldtheorie einer freien Theorie ähnelt, also wenig Wechselwirkungen auftreten. Insbesondere bei hochenergetischen Prozessen zwischen Atomkernen im Inneren von Teilchenbeschleunigern oder bei vielen elektrodynamischen Effekten ist das der Fall. »Die theoretischen Ergebnisse sind erstaunlich präzise und stimmen extrem gut mit experimentellen Messungen überein«, sagt Rejzner.

Wenn ein System hingegen stark wechselwirkt, bricht der störungstheoretische Ansatz zusammen. Zwar scheint die Methode ein nützlicher Leitfaden für viele Experimente zu sein, aber letztlich erweist sie sich nicht als der richtige Weg, um unsere Welt vollständig zu beschreiben. Zum Beispiel lässt sie eine der dringendsten Fragen des Fachs unbeantwortet: Warum Quarks immer nur in Trios auftauchen, beziehungsweise als Quark-Antiquark-Paar, und nicht alleine anzutreffen sind.

Ein diskretes Universum mit einer gitterförmigen Raumzeit

Daher haben Physikerinnen und Physiker weitere Näherungsverfahren entwickelt, um sich auf verschiedenen Wegen an eine vollwertige Formulierung einer Quantenfeldtheorie heranzuschleichen. Ein prominentes Beispiel dafür ist die so genannte Gittereichtheorie, die ebenfalls nützliche Ergebnisse liefern konnte.

Eigentlich zeichnet sich eine Feldtheorie dadurch aus, dass sie kontinuierlich ist; man kann also an jedem Ort- oder Zeitpunkt beliebig nah hineinzoomen und die Eigenschaften des Felds dort untersuchen. Wenn man sich jedoch auf ein Gittermodell beschränkt, lassen sich die störenden Unendlichkeiten der Theorien umgehen. Das heißt, man erlaubt nur Messungen an den Stellen, wo sich die Linien des Gitters kreuzen. Um nach einer erfolgreich durchgeführten Berechnung ein aussagekräftiges Ergebnis zu erhalten, muss man den Abstand zwischen den Gitterpunkten allmählich verringern. Man fügt immer mehr Linien hinzu und zieht sie gleichzeitig enger zusammen, wodurch ein zunehmend feineres Gewebe entsteht. Dabei erhöht sich die Anzahl der Punkte, und man nähert sich der idealisierten Vorstellung eines kontinuierlichen Felds, das sich überall untersuchen lässt.

Damit der Ansatz verlässliche Ergebnisse liefert, muss man beweisen, dass das kontinuierliche Quantenfeld tatsächlich dem Grenzwert des dichter werdenden Gittermodells entspricht. Auch wenn es intuitiv so scheint, ist das

Seiberg-Witten-Invarianten

In den 1980er Jahren tauchten erstmals Verbindungen der Quantenfeldtheorie zu dem abstrakten Gebiet der Topologie auf. Deren Ziel ist es, ein möglichst allgemein gültiges Schema zu finden, um Objekte zu klassifizieren. Denn für Topologen gelten zwei Figuren als gleich, wenn man sie – ohne sie zu zerreißen – ineinander verformen kann, so wie eine Henkeltasse und ein Donut.

Für zweidimensionale Oberflächen lässt sich schnell herausfinden, ob zwei Kandidaten topologisch gleich sind: Eine Möglichkeit besteht darin, die Anzahl ihrer Löcher zu zählen. In höheren Dimensionen können die Figuren jedoch extrem abstrakt werden – in jenen Fällen ist es unheimlich kompliziert und manchmal sogar unmöglich zu beurteilen, ob zwei Exemplare übereinstimmen.

Deshalb suchen Fachleute nach so genannten Kenngrößen (etwa Zahlen, Matrizen oder Gruppen), die eine Figur eindeutig charakterisieren und sich nicht ändern, wenn man sie verformt. Mathematiker haben viele solcher Objekte gefunden, die sie für bestimmte Mannigfaltigkeiten berechnen können. Das löst das Problem allerdings noch nicht, denn zwei äquivalente Figuren haben zwar stets gleiche Kennzahlen, doch das heißt nicht, dass Körper mit identischen Kennzahlen zwingend einander entsprechen.

Man braucht mehrere solcher Größen, so genannte Invarianten, um Objekte eindeutig zu klassifizieren. Für null-, ein- und zweidimensionale Flächen hat man diese schnell gefunden. Auch in mehr als vier Dimensionen kennt man inzwischen die benötigten Kenngrößen.

Es bleiben also nur noch die Klassifikationen von drei- und vierdimensionalen Mannigfaltigkeiten übrig. Hier erweist sich die Quantenfeldtheorie als äußerst nützlich, wie Nathan Seiberg und Edward Witten herausfanden. Dazu muss man Quantenfelder auf den entsprechenden Oberflächen definieren und bestimmen, wie viele so genannte Instantone (eine bestimmte Teilchenart) darauf entstehen können. Wie sich herausstellt, entspricht dieser Wert einem charakteristischen Index der Mannigfaltigkeiten.

Im Gegensatz zur herkömmlichen Weise mit den Mitteln der Topologie zu berechnen, ist allerdings wesentlich komplizierter und nicht immer möglich. Somit stellte die Arbeit von Witten und Seiberg einen wichtigen Fortschritt in dem Bereich dar. Inzwischen konnten auch in anderen Fällen Quantenfeldtheorien dazu dienen, geometrische Flächen zu untersuchen und ungeahnte Zusammenhänge aufzudecken.

nicht zwingend der Fall. Zum Beispiel haben einige Quantenfeldtheorien Symmetrien, die auf einer diskreten Raumzeit andere Formen annehmen. Es ist unklar, wie sie sich entwickeln, wenn sich das Modell dem Kontinuum nähert.

Trotzdem sind die meisten Fachleute davon überzeugt, dass sich das verdichtende Gitter auf die idealisierte Vorstellung eines Quantenfelds zubewegt. Denn die Vorhersagen stimmen extrem gut mit den experimentellen Messungen überein. Aber deutliche Hinweise darauf zu haben, dass etwas richtig ist, und es schlüssig zu beweisen, sind zwei völlig verschiedene Dinge.

Es gibt weitere Verfahren, um die bekannten Quantenfeldtheorien im Bereich starker Wechselwirkungen zu untersuchen, etwa Dyson-Schwinger-Gleichungen oder funktionale Renormierungsgruppen. Aber auch sie basieren auf Annahmen und Vereinfachungen, von denen nicht ganz klar ist, ob sie in der Natur realisiert sind. Zudem sind diese Ansätze häufig extrem kompliziert, so dass es selbst mit Hilfe von Computern nicht möglich immer ist, konkrete Ergebnisse zu berechnen.

Insgesamt unterscheidet sich die QFT grundlegend von den physikalischen Theorien, die sie ablösen soll. Isaac Newtons Bewegungsgesetze, die Quantenmechanik und Albert Einsteins Relativitätstheorien fußen auf soliden mathematischen Konzepten und sollten in einer idealen Quantenfeldtheorie enthalten sein – und tatsächlich um-

fasst das Standardmodell alle von ihnen, bis auf die allgemeine Relativitätstheorie. »Quantenfeldtheorien haben sich zu einer Art universellen Sprache entwickelt, um physikalische Phänomene zu beschreiben, aber sie stehen auf wackeligen Beinen«, urteilt Dijkgraaf. Für einige seiner Kollegen ist das ein Grund zum Zweifeln. »Wenn nicht einmal das Grundkonzept verstanden ist, warum ist man sich dann so sicher, dass es die Welt korrekt beschreibt?«, so Dijkgraaf.

Doch selbst in diesem unvollständigen Zustand haben Quantenfeldtheorien zu mehreren wichtigen Entdeckungen geführt – auch in der Mathematik. »Die QFT ist wie eine Maschine, die Ideen generiert«, sagt Tong. Vor allem im Bereich der Geometrie hat sie erstaunliche Verbindungen offengelegt.

Es ist schon länger bekannt, dass physikalische Phänomene eng mit diesem Gebiet zusammenhängen: Wenn man zum Beispiel einen Ball auf einer hügeligen Oberfläche anstups, wird er den kürzesten Weg zwischen zwei Punkten auf der Bahnkurve zurücklegen. Diese entspricht also einer so genannten Geodäte. Das heißt, man kann physikalische Modelle nutzen, um die geometrischen Eigenschaften einer Form zu enthüllen.

Wenn man statt einer klassischen Kugel das Verhalten eines Elektrons auf einer Oberfläche betrachtet, lässt sich erstaunlich viel über die zu Grunde liegende Figur erfahren.

Eine formale Quantenfeldtheorie

Obwohl die Anfänge der Quantenfeldtheorie bis in die 1920er Jahre zurückreichen, steht das Gebiet noch immer auf wackeligen Beinen. Die meisten Physiker haben sich damit arrangiert, sie nutzen die Objekte als Werkzeuge und ignorieren die mathematischen Probleme – denn in vielen Fällen kann man Ergebnisse berechnen, die hervorragend zu den experimentellen Messungen passen.

Es gibt aber einige Forschungsgruppen, die versuchen, die bisherigen Methoden zu erweitern, um starke Wechselwirkungen beschreiben zu können. Dafür existieren inzwischen mehrere Ansätze, die viel versprechend wirken. Den Physikern geht es meist jedoch nicht darum, eine mathematische Basis zu schaffen, sondern Techniken auszuarbeiten, die praktische Anwendung finden können.

Einige Forschende stören sich allerdings an den unsauberen Formu-

lierungen, die teilweise schon seit Jahrzehnten genutzt werden.

Um Quantenfeldtheorien erfolgreich zu definieren, müssen sie drei Anforderungen erfüllen: Zuerst braucht man die Größen, von denen die Theorie abhängt (etwa einen geometrischen Raum, Korrelationsfunktionen und so weiter), anschließend definiert man die Eigenschaften, welche diese Bestandteile besitzen sollen (zum Beispiel die Symmetrien der Korrelationsfunktionen). Ist das gelungen, bleibt zu zeigen, dass die neue Formulierung alle erzielten Ergebnisse des Bereichs reproduzieren kann.

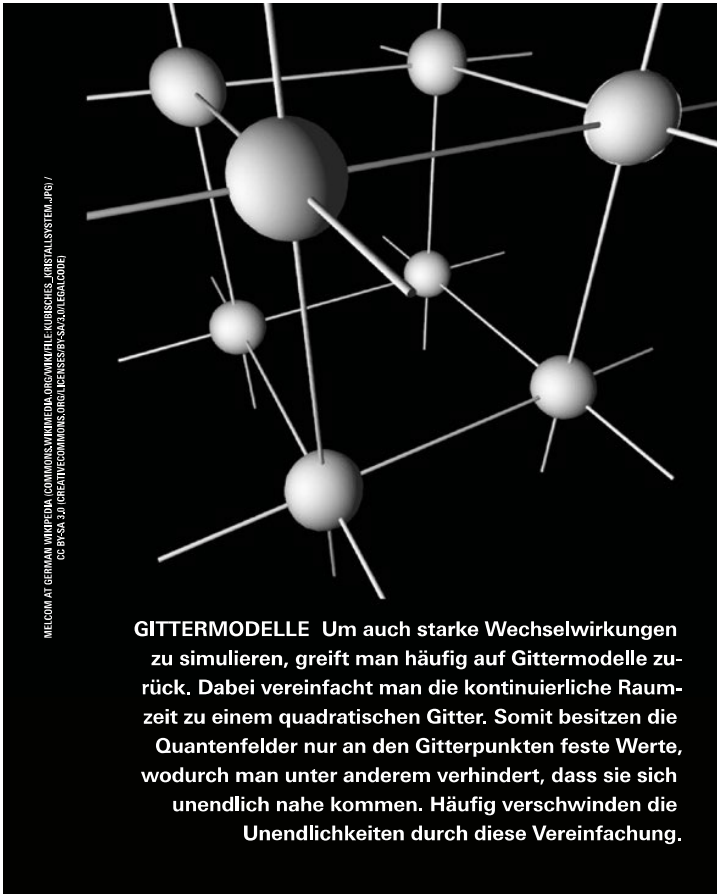
Zu kompliziert für die Praxis

Der letzte Punkt führt bei den meisten Bemühungen zu Problemen. Fachleute konnten zwar die wichtigsten Objekte definieren und plausible Anforderungen an sie stellen, doch die Konstrukte erwiesen sich als so

kompliziert, dass viele der bisherigen Errungenschaften gewöhnlicher Quantenfeldtheorien unerreichbar scheinen.

Ein populärer Ansatz besteht beispielsweise darin, nicht die Felder als zentrale Bestandteile einer QFT zu sehen, sondern abstraktere Strukturen. Wenn man die Wechselwirkungen eines Felds berechnen möchte, muss man unendlich-dimensionale Operatoren an einem festen Punkt im Raum miteinander multiplizieren. Das führt zu Unendlichkeiten in den Ergebnissen.

Ein Ausweg besteht darin, die Felder nicht an einem einzelnen Raumpunkt zu betrachten, sondern sie über eine endliche Umgebung zu verschmieren. Das heißt, man wertet das Feld in einem kleinen Bereich des Raums aus, bevor man es mit einem anderen – ebenfalls verschmierten – Objekt multipliziert. Die QFT hängt dann von verschiedenen Variationen



MILCOM AT GERMAN WIKIPEDIA (COMMONSWIKIMEDIA:ORIGINAL/KUBISCHES_JABRISTALSYSTEM.JPG) / CC BY-SA 3.0 (CREATIVCOMMONS:ORIGINAL/BEISBY/SQUANTENFELDER)

GITTERMODELLE Um auch starke Wechselwirkungen zu simulieren, greift man häufig auf Gittermodelle zurück. Dabei vereinfacht man die kontinuierliche Raumzeit zu einem quadratischen Gitter. Somit besitzen die Quantenfelder nur an den Gitterpunkten feste Werte, wodurch man unter anderem verhindert, dass sie sich unendlich nahe kommen. Häufig verschwinden die Unendlichkeiten durch diese Vereinfachung.

Denn das Teilchen hat überall eine nicht verschwindende Aufenthaltswahrscheinlichkeit. Indem man das dazugehörige Quantenfeld untersucht, kann man zum Beispiel herausfinden, wie viele Löcher die Form hat – eine Frage von höchster Bedeutung für Geometer und Topologen.

Wenn man eine Oberfläche im dreidimensionalen Raum betrachtet, mag eine solche quantenphysikalische Vorgehensweise unnötig komplex erscheinen; und das ist sie in diesem Fall auch. Schließlich gibt es zahlreiche Methoden, um zweidimensionale Gebilde zu visualisieren und mit ihnen algebraisch umzugehen. Doch sobald man beispielsweise hochdimensionale Oberflächen (so genannte Mannigfaltigkeiten) untersucht, wird es extrem kompliziert. Selbst so rudimentär anmutende Fragen wie die Anzahl der vorhandenen Löcher entpuppen sich plötzlich als erstaunlich schwierig: Wie definiert man überhaupt ein Loch in mehr als drei Dimensionen? Woran erkennt man, dass eine bestimmte Form löchrig ist? Gerade in solchen Situationen erweist sich die Physik als nützlich: »Selbst ein Teilchen, das einfach nur da sitzt und nichts tut, kann hilfreiche Informationen über die Topologie einer Mannigfaltigkeit preisgeben«, sagt Tong.

In den späten 1970er Jahren nutzten Mathematiker diese Zusammenhänge, um geometrische Fragen zu beantworten. Eines der bedeutendsten Ergebnisse lieferte der theoretische Physiker und Fields-Medaillen-Preisträger Edward

der Felder ab: Man kann sie nach bestimmten Regeln multiplizieren, addieren und so weiter, ein solches Konstrukt nennt man eine Algebra.

Algebraische Quantenfeldtheorien sind abstrakt formuliert. Sie enthalten beispielsweise keine klaren Darstellungen der Felder, was es erschwert, konkrete Ergebnisse zu berechnen. Deshalb gelang es mit diesem Ansatz noch nicht, die bisherigen Erkenntnisse bekannter QFTs zu reproduzieren.

Notwendige Abstraktion

Doch auch wenn die abstrakte Herangehensweise auf den ersten Blick wie ein Nachteil wirkt, ist sie notwendig. Denn in der Form, wie gewöhnliche Quantenfeldtheorien in der Physik definiert werden, haben sie keinen Bestand. In der Regel startet man dabei mit den klassischen Gleichungen einer Feldtheorie – etwa dem Elektromagnetis-

mus – und verändert diese, damit sie quantenphysikalischen Prinzipien folgen. Allerdings stellte Rudolf Haag (1922–2016) in den 1960er Jahren fest, dass aus einer klassischen Theorie keine eindeutige QFT folgt. Das heißt, es gibt zahlreiche verschiedene Formeln, welche die Quantenfelder enthalten, die zu ein und demselben klassischen System passen. Wie die richtige Formulierung aussieht, ist unklar.

Die Erkenntnis brachte einige Physiker dazu, an Quantenfeldtheorien im Allgemeinen zu zweifeln. Doch schnell bemerkten sie, dass die verschiedenen Gleichungen Ergebnisse hervorbringen, die nur minimal voneinander abweichen. Tatsächlich sind die Unterschiede so gering, dass kein Experiment sie jemals auflösen könnte. Deshalb ignorieren die meisten Fachleute das Problem und wählen eine Formel aus, die gut zu ihrer Berechnung passt.

Mathematiker geben sich mit einer solchen Lösung nicht zufrieden. Durch ihren algebraischen Ansatz gelingt es ihnen jedoch, die Schwierigkeit zu umgehen: Sie wählen keine bestimmte Darstellung aus, sondern nutzen abstrakte Algebren, um die nötigen Rechenschritte durchzuführen. Das ist allerdings wesentlich aufwändiger und führt deshalb nicht zu den gleichen Fortschritten, die Physiker in vergleichbarer Zeit erzielen.

Auf einem solchen Ansatz beruht auch die Arbeit von Kevin Costello, dem es gelang, zumindest das störungstheoretische Modell von QFTs klar zu formulieren. Bereits in dieser Annäherung entstehen Unendlichkeiten, die zu Problemen führen. Fachleute haben in den letzten Jahrzehnten Möglichkeiten ausgearbeitet, mit ihnen umzugehen, und Costello hat hierfür nun die mathematische Basis geliefert.

Witten zusammen mit Seiberg Anfang der 1990er Jahre, als er die heute als Seiberg-Witten-Invarianten bekannten Kenngrößen definierte (siehe »Seiberg-Witten-Invarianten«). Diese lassen sich durch quantenphysikalische Modelle berechnen und charakterisieren die topologischen Eigenschaften einer Mannigfaltigkeit: Indem man bestimmt, wie häufig eine gewisse Art von Teilchen in einem System vorkommen kann, erhält man die Anzahl der Löcher der zu Grunde liegenden Figur. »Witten hat gezeigt, dass die Quantenfeldtheorie völlig unerwartete Einblicke in geometrische Fragen bietet und damit scheinbar unlösbare Probleme bewältigbar macht«, sagt Graeme Segal, Mathematiker an der University of Oxford.

Eine unerwartete Übereinstimmung

Kurze Zeit später lieferte die QFT ein weiteres erstaunliches Ergebnis. Beim Untersuchen zweier verschiedener Stringtheorien, die auf grundlegend unterschiedlichen geometrischen Räumen definiert sind, tauchte in beiden Fällen immer wieder die gleiche lange Liste von Zahlen auf. Mathematiker glaubten zuerst an einen Fehler. Schließlich etablierte sich daraus ein neues Forschungsgebiet, die Spiegelsymmetrie, welche die unerwartete Übereinstimmung zwischen den zwei Zweigen der Geometrie untersucht. Inzwischen hat die Arbeit zahlreiche weitere Analogien hervorgebracht (siehe »Spektrum« Juni 2019, S. 18).

Obwohl die QFT so erfolgreich Verbindungen offenlegt, haben ihre Kernideen in der Mathematik noch nicht Fuß gefasst. Wäre das der Fall, bestünde die Hoffnung, mehr als gelegentliche Übereinstimmungen zu erhalten. Die meisten Erkenntnisse waren Zufallsfunde, da es bisher keinen systematischen Weg gibt, gezielt mit den Konstrukten zu arbeiten. Ein besseres Verständnis könnte sich aber auszahlen, denn Quantenfeldtheorien enthalten viele spannende Eigenschaften wie Symmetrien, die beschreiben, wie sich die Punkte eines Felds zueinander verhalten. Damit lässt sich beispielsweise erklären, warum einige Größen wie die Gesamtenergie eines Systems immer gleich bleiben. Symmetrien und andere geometrische Aspekte sind schon lange tief in der Mathematik verankert. Man greift ständig darauf zurück, sei es, um Lösungen für verschiedene Arten von Gleichungen zu finden oder die Verteilung von Primzahlen zu untersuchen. Oft enthält die Geometrie auch Antworten auf zahlentheoretische Fragen – zumindest auf versteckte Art und Weise. Quantenfeldtheorien könnten sich in ganz unterschiedlichen Bereichen als nützlich erweisen.

Wie sich in der Vergangenheit zeigte, kann das viel Zeit erfordern. Viele Konzepte durchliefen zahlreiche Versuche, bevor sie ihren Platz in der Mathematik einnahmen. Ein Beispiel dafür sind die reellen Zahlen: Es dauerte fast zwei Jahrtausende, bis man sich auf eine Definition dieser Objekte einigen konnten. Schließlich gelang in den 1850er Jahren der Durchbruch, seither beschreibt man sie durch drei kryptische Wörter: Die reellen Zahlen sind ein »vollständiger, geordneter Körper«. Vollständig heißt, sie enthalten keine Lücken; sie sind geordnet, da man stets bestimmen kann, ob eine solche Zahl größer oder kleiner als eine andere ist. Zudem

bilden sie einen so genannten Körper, weil sie die arithmetischen Rechenregeln befolgen.

Um die QFT zu einem mathematischen Werkzeug zu machen, müsste man ihr die gleiche Behandlung zukommen lassen wie den reellen Zahlen: Man benötigt eine Liste von eindeutigen Eigenschaften, die jede Quantenfeldtheorie erfüllen muss. Das würde es ermöglichen, einen Raum aller möglichen solchen Theorien zu konstruieren. Darin könnten Physiker nach expliziten Beispielen suchen, welche die wichtigsten offenen Fragen klären, etwa wie eine QFT der Gravitation aussieht. Bis dahin ist es ein weiter Weg.

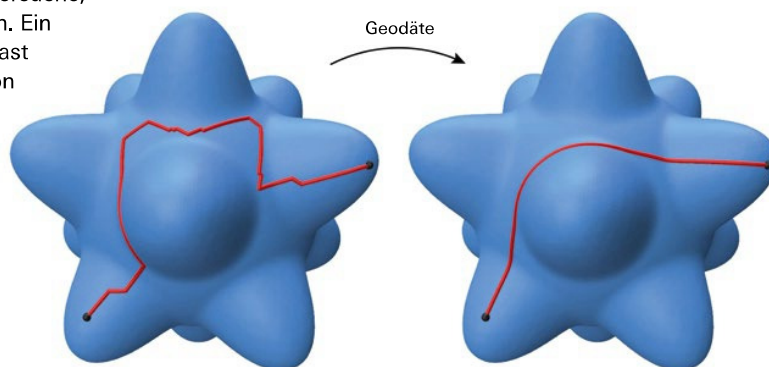
Fast alle bisherigen Modelle sind entstanden, indem man klassische physikalische Systeme durch eine Feldtheorie ausdrückt und dann »quantisiert«, also in einen quantenphysikalischen Rahmen rückt. Das Vorgehen aber in eine allgemeine mathematische Prozedur zu übersetzen, die nicht zu Problemen führt, ist ungemein kompliziert.

Einige der benötigten Bestandteile für eine QFT sind jedoch klar: Man braucht zumindest einen geometrischen Raum, in welchem sich an jedem Punkt Beobachtungen machen lassen. Darüber hinaus muss die Theorie so genannte Korrelationsfunktionen liefern, die ausdrücken, wie eine Messung an einer bestimmten Stelle eine Messung an einer anderen beeinflusst – erst mit diesen Größen kann man theoretische Vorhersagen treffen.

Ein Vorreiter ist der Mathematiker Kevin Costello vom Perimeter Institute for Theoretical Physics in Waterloo, Kanada. Ihm ist es gelungen, mehrere Eigenschaften auszumachen, die Korrelationsfunktionen besitzen müssen, um als brauchbare Grundlage für eine QFT zu dienen.

Die bekanntesten physikalischen Modelle enthalten darüber hinaus weitere Merkmale, die jedoch nicht zwingend erforderlich sind. Womöglich gibt es aber noch unentdeckte Prinzipien, die Phänomene erklären könnten, bei denen das Standardmodell versagt. Daher sollte man sich bei einer konkreten Definition nicht zu sehr auf die bereits bekannten Versionen stützen. Sonst fällt es nur noch schwerer, sich andere Möglichkeiten überhaupt vorzustellen. »Neben den existierenden Feldtheorien wie dem Standard-

GEODÄTEN Physikalische Modelle erweisen sich als nützlich, wenn man geometrische Erkenntnisse gewinnen möchte. Um beispielsweise herauszufinden, was der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten einer Oberfläche ist, kann man einen Ball darauf rollen lassen. Ähnlich lassen sich kompliziertere geometrische Strukturen mit Elektronenfeldern untersuchen.



modell gibt es zahlreiche weitere Quantenfeldtheorien, von denen unklar ist, wie sie zu definieren sind – aber wir wissen, dass es sie gibt«, so der Physiker Davide Gaiotto vom Perimeter Institute.

Costello hat mit seinen Definitionen ein wenig Licht ins Dunkel gebracht. Dank ihnen konnte er zwei bisher unbekannte Quantenfeldtheorien konstruieren. Zwar beschreibt keine davon unser vierdimensionales Universum, aber sie erfüllen die Kernanforderungen an einen geometrischen Raum, der mit passenden Korrelationsfunktionen ausgestattet ist.

2016 machte Costello einen weiteren Fortschritt. In dem Buch »Factorization Algebras in Quantum Field Theory«, das er mit seinem Kollegen Owen Gwilliam von der University of Massachusetts verfasst hat, stellt er die störungstheoretische QFT auf eine solide mathematische Grundlage. Darin beschreibt er unter anderem, wie man formal mit den Unendlichkeiten umgehen muss, die durch Einführung der Wechselwirkungen entstehen. »Seine Beiträge sind extrem aufschlussreich. Er hat die Theorie in einen neuen mathematischen Rahmen gestellt«, so Moore. Das Werk folgt früheren Bemühungen aus den 2000er Jahren, welche die QFT formalisieren sollten, so genannte algebraische Quantenfeldtheorien (siehe »Eine formale Quantenfeldtheorie«).

Eine formale Definition der Störungstheorie für Quantenfelder

Auch wenn der störungstheoretische Ansatz unser Universum nicht in Gänze beschreiben kann, liefert das Buch doch einen wichtigen Beitrag. »Ich fand die Methoden einiger Physiker einfach unmotiviert und ad hoc. Ich wollte etwas, das in sich geschlossen ist und mit dem ein Mathematiker arbeiten kann«, erklärt Costello. Indem er dargelegt hat, wie die Störungstheorie funktioniert, hat er eine Grundlage geschaffen, auf der sich neuartige Quantenfeldtheorien konstruieren lassen – zumindest solche, die den Diktaten des Störungsansatzes entsprechen. Seine Werke wurden schnell von anderen Fachleuten auf dem Gebiet angenommen. »Er hat sicherlich eine Menge junger Menschen beeinflusst, die in diesem Rahmen arbeiten«, urteilt Dan Freed, ein Mathematiker an der University of Texas, Austin.

Leider ist man von einer allgemeinen Formulierung einer wechselwirkenden Theorie noch weit entfernt. Für einige wenige Beispiele von Quantenfeldtheorien ist es aber gelungen, die Gleichungen vollständig zu lösen und damit die zu Grunde liegenden Systeme umfassend zu bestimmen. Die Modelle waren dabei wesentlich einfacher als jene, die unser Universum beschreiben. Kürzlich hat etwa ein Team in Frankreich alle mathematischen Details einer QFT ausgearbeitet, die auf einer zweidimensionalen Raumzeit definiert ist.

Andere Vereinfachungen bestehen darin, zusätzliche Symmetrien anzunehmen, die es in der physikalischen Realität nicht gibt. Aus mathematischer Sicht sind die Modelle durch solche Eigenschaften einfacher zu handhaben. Zu dieser Kategorie gehören etwa supersymmetrische und topologische Quantenfeldtheorien. Auf Ersteren basieren Stringtheorien, in denen die Quantenfelder keine Elementarteilchen erzeugen, sondern eindimensionale Schnü-

re. Bei topologischen Quantenfeldtheorien sind die Korrelationsfunktionen hingegen unabhängig von der zu Grunde liegenden Geometrie. Das heißt, die Theorie führt zu identischen Ergebnissen, egal wie die Raumzeit gekrümmt ist – damit entsprechen die beobachtbaren Größen topologischen Invarianten: Sie bleiben unter Verformungen gleich.

Diese Fälle sind zwar interessant und haben auch spannende mathematische Zusammenhänge offenbart, dennoch möchte man eine präzise Formulierung einer Quantenfeldtheorie finden, die unser Universum beschreibt: eine kontinuierliche vierdimensionale Raumzeit, in der alle bekannten Grundkräfte vorhanden sind. »Es ist ziemlich peinlich, dass wir keine einzige Quantenfeldtheorie kennen, die sich in vier Dimensionen ohne Störungstheorie beschreiben lässt«, so Rejzner.

Mehr Wissen auf Spektrum.de

Unser Online-Dossier zum Thema finden Sie unter spektrum.de/t/quantenphysik



PETER JURIK / STOCK.ADOBE.COM

Das hält Experten aber nicht davon ab, es immer weiter zu versuchen. Um die Eigenschaften herauszuarbeiten, die alle Quantenfeldtheorien gemeinsam haben, muss man höchstwahrscheinlich zwei elementare Bereiche der Mathematik miteinander verschmelzen: die Analysis, die erklärt, wie man Unendlichkeiten kontrolliert, und die Geometrie, die eine Sprache liefert, um mit Symmetrien umzugehen.

Physiker erhoffen sich von einer vollständigen Definition der QFT vor allem eines – eine korrekte Beschreibung der physikalischen Realität. »Ich glaube daran, dass es eine übergeordnete Struktur gibt, welche die gesamte Physik umfasst«, sagt Seiberg. Jetzt müssen die Mathematiker sie nur noch aufdecken. ◀

QUELLEN

Costello, K.: Supersymmetric gauge theory and the Yangian. ArXiv: 1303.2632, 2013

Costello, K.: M-theory in the Omega-background and 5-dimensional non-commutative gauge theory. ArXiv: 1610.04144, 2016

Costello, K., Gwilliam, O.: Factorization algebras in quantum field theory. Cambridge University Press, 2017

Rejzner, K.: Perturbative algebraic quantum field theory. Springer International Publishing, 2016

Von »Spektrum der Wissenschaft« übersetzte und bearbeitete Fassung des Artikels »The Mystery at the Heart of Physics That Only Math Can Solve« aus »Quanta Magazine«, einem inhaltlich unabhängigen Magazin der Simons Foundation, die sich die Verbreitung von Forschungsergebnissen aus Mathematik und den Naturwissenschaften zum Ziel gesetzt hat.

